



RAN - 2003000204020121

RAN-2003000204020121 / 2003000204030121

S.Y.B.Sc. (Sem. IV) Examination October - 2023

Statistics : Paper 401

Generating Functions and Discrete Probability Distributions

સૂચના : / Instructions

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the details of signs on your answer book

Name of the Examination:

S.Y.B.Sc. (Sem. IV)

Name of the Subject :

Statistics : Paper 401 : Generating Functions and
Discrete Probability Distributions

Subject Code No.: 2003000204020121 / 2003000204030121

Seat No.:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

- (૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.
- (2) Answer the following questions.
- (૩) લઘુગુણકીય કોષ્ટક અને આંકડાકીય કોષ્ટક વિનંતીથી આપવામાં આવશે.
- (3) Logarithmic tables and statistical tables will be supplied on request.
- (૪) જમણી બાજુ આપેલા અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
- (4) Figures given to the right indicate the marks of the question.
- (૫) પ્રોગ્રામરહિત સાયન્ટિફિક કેલક્યુલેટરનો ઉપયોગ કરી શકાશે.
- (5) Non programmable scientific calculator is allowed.

Q. 1

નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

(8)

Answer following questions.

- (1) યદચ્છ ચલ X નું સંભાવના વિતરણ પોયસન છે. જો ચલ X નું પ્રમાણિત વિચલન 2 હોય તો X માટે મધ્યક સાપેક્ષ પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો.
The probability function of a random variable x is Poisson. The standard deviation of X is 2 then find moment generating function about mean of X .
- (2) જો દ્વિપદી વિતરણ માટે $n = 10$ અને $pq = 0.21$ હોય તો પ્રમાણિત વિચલનની કિંમત મેળવો.
For a binomial distribution if $n = 10$ and $pq = 0.21$ then find the value of standard deviation.

(3) બર્નોલી વિતરણ માટે જો $p - 3q = 0.2$ હોય તો મધ્યકની કિંમત મેળવો.

For Bernoulli distribution if $p - 3q = 0.2$ then find value of mean.

(4) યદ્યચ ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય $f(x) = e^{-x}; x \geq 0$ હોય તો પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો.

If the probability density function of random variable x is $f(x) = e^{-x}; x \geq 0$ then find moment generating function.

Q-2 (a) કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. (4)

Attempt any one.

(1) પ્રઘાત સર્જક વિધેયની વ્યાખ્યા આપી તેના ગુણધર્મો જણાવી કોઈ પણ બે ગુણધર્મોની સાબિતી આપો.

Define moment generating function and state its properties also give proof of any two of them.

(2) યોગઘાત સર્જક વિધેયની વ્યાખ્યા આપી પ્રથમ ચાર કેન્દ્રિય પ્રઘાતોને યોગઘાતોના સ્વરૂપમાં દર્શાવો તથા β_1 અને β_2 ની કિંમત યોગઘાતોના સ્વરૂપમાં દર્શાવો.

Define cumulant generating function and express first four central moments in terms of cumulants. Also express value β_1 and β_2 in terms of cumulants.

(b) કોઈ પણ બે પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો. (10)

Attempt any two.

(1) એ દ્વિપદી વિતરણનો $n=6$ છે અને $\frac{p(x=3)}{p(x=4)} = \frac{4}{3}$ હોય તો β_2 ની કિંમત મેળવો.

For a binomial distribution if $n=6$ and $\frac{p(x=3)}{p(x=4)} = \frac{4}{3}$ then find the value of β_2 of it.

(2) જો $x \sim b(n, p)$ હોય તો પ્રચલિત સંકેતમાં સાબિત કરો કે

(i) $E\left[\left(\frac{x}{n} - p\right)^2\right] = \frac{pq}{n}$

(ii) $\text{cov}\left(\frac{x}{n} - \frac{n-x}{n}\right) = -\frac{pq}{n}$

If $x \sim b(n, p)$ then in usual notation prove that

(i) $E\left[\left(\frac{x}{n} - p\right)^2\right] = \frac{pq}{n}$

(ii) $\text{cov}\left(\frac{x}{n} - \frac{n-x}{n}\right) = -\frac{pq}{n}$

(3) જો X અને Y નિરપેક્ષ દ્વિપદી ચલો હોય અને $x \sim b\left(4, \frac{1}{5}\right)$ અને $y \sim b\left(5, \frac{1}{5}\right)$ હોય અને $Z = x + y$ હોય તો

- (i) Z માટે પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો.
- (ii) Z માટે મધ્યક સાપેક્ષ પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો.
- (iii) Z માટે β_1 મેળવો.

If x and y are independent binomial variates with $x \sim b\left(4, \frac{1}{5}\right)$ and $y \sim b\left(5, \frac{1}{5}\right)$ and $z = x + y$ then find

- (i) Moment generating function of z.
- (ii) Moment generating function about mean of z.
- (iii) β_1 for z

Q. 3 (a) કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો.

(4)

Attempt any one.

- (i) દ્વિપદી વિતરણ માટે એકેન્ડ્રિય પ્રઘાતો વચ્ચેના સંબંધ દર્શાવતું આવર્તક સૂત્ર મેળવો. તે પરથી ચોથો એકેન્ડ્રિય પ્રઘાતો મેળવો.

Obtain the recurrence relation formula of raw moments for binomial distribution. Find fourth raw moment from it.

- (ii) દ્વિપદી વિતરણ માટે પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો તે પરથી મધ્યક સાપેક્ષ પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવી તે પરથી β_1 અને β_2 ની કિંમત મેળવો.

Obtain moment generating function of binomial distribution. Also obtain moment generating function about mean for it. And find β_1 and β_2 from it.

(b) કોઈ પણ બે ગણો.

(10)

Attempt any two.

- (i) જો X અને Y નિરપેક્ષ પોયસન ચલો હોય અને તેમના પ્રચલો અનુક્રમ 3 અને 4 હોય અને $z = x + y$ હોય તો

- (i) Z નું પ્રઘાત સર્જક વિધેય
- (ii) Z નું મધ્યક સાપેક્ષ પ્રઘાત સર્જક વિધેય
- (iii) $p(z \geq 1)$ મેળવો.

If x and y are independent Poisson variates with parameters 3 and 4 and if $z = x + y$ then find

- (i) Moment generating function of z
- (ii) Moment generating function about mean of z
- (iii) $p(z \geq 1)$

- (ii) યદ્યદ્ધ ચલ X નું મધ્યક સાપેક્ષ પ્રઘાત સર્જક વિધેય $e^{3(e^t - t - 1)}$ હોય તો પ્રમાણિત વિચલન $\mu_3, p(x > 2)$ મેળવો.

The moment generating function of random variable X is $e^{3(e^t - t - 1)}$ then obtain standard deviation, $\mu_3, p(x > 2)$.

- (iii) જો X એ પોયસન ચલ હોય અને જો $p(x = 2) = 9p(x = 4) + 90p(x = 6)$ હોય તો β_1 અને β_2 ની કિંમત મેળવો.

If X Poisson variate. And if $p(x = 2) = 9p(x = 4) + 90p(x = 6)$ then find values of β_1 and β_2 from it.

Q. 4 (a) કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો. (4)

Attempt any one.

- (i) પોયસન વિતરણ માટે કેન્દ્રિય પ્રઘાતો વચ્ચેનાં સંબંધ દર્શાવતું આવર્તક સૂત્ર મેળવો. તે પરથી ચોથા કેન્દ્રિય પ્રઘાતની કિંમત મેળવો.

Obtain recurrence relation formula of central moments for Poisson distribution. Also find the value of fourth central moment from it.

- (ii) પોયસન વિતરણ માટે પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવી તે પરથી મધ્યક સાપેક્ષ પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવો અને તે પરથી પ્રમાણિત વિચલન મેળવો.

Obtain moment generating function for Poisson distribution. Obtain moment generating function about mean from it and find standard deviation from it.

(b) કોઈ પણ બે પ્રશ્નોનાં ઉત્તર આપો. (10)

Attempt any two.

- (i) અતિ ગુણોત્તર વિતરણ માટે પ્રથમ બે એકેન્દ્રિય પ્રઘાતો મેળવો.

Obtain first two raw moments for hyper geometric distribution.

- (ii) ઋણ દ્વિપદી વિતરણનું લક્ષ સ્વરૂપ વિતરણ પોયસન વિતરણ થાય છે એમ સાબિત કરો.

Prove that the limiting form of a Negative binomial distribution is Poisson distribution.

- (iii) ગુણોત્તર વિતરણ માટે પ્રઘાત સર્જક વિધેય મેળવી તે પરથી મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

Obtain moment generating function for geometric distribution. Also find mean and variance from it.